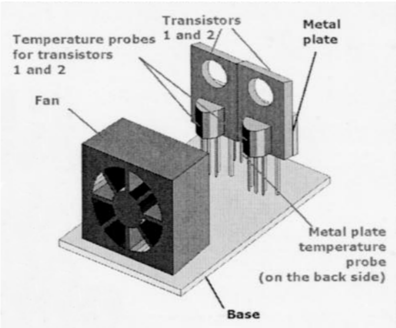
Automatic Control - Project 2016/2017
Control of a thermal process
Prof. Luca Bascetta

Consider the thermal process shown in the picture, and composed by two transistors attached to a metal plate, three temperature probes, two attached to the back side of each transistor and one attached to the plate, and a fan. The two transistors are used to heat the metal plate, whilst the fan can be powered in order to change the heat transfer coefficient between transistors and air or plate and air.
The nonlinear system describing the thermal process is



$$C_{t1}\dot{T}_1 = P_{t1} - \gamma_{t1p}(T_1 - T_p) - \gamma_{t1a}(T_1 - T_a)$$
$$C_{t2}\dot{T}_2 = P_{t2} - \gamma_{t2p}(T_2 - T_p) - \gamma_{t2a}(T_2 - T_a)$$
$$C_p\dot{T}_p = \gamma_{t1p}(T_1 - T_p) + \gamma_{t2p}(T_2 - T_p) - \gamma_{pa}(T_p - T_a)$$

where T_1, T_2, T_p, T_a, are the temperatures of the two transistors, the plate, and air, respectively; C_{t1}, C_{t2}, C_{tp}, are the thermal capacities of the transistors and the plate, respectively; P_{t1}, P_{t2}, are the thermal powers generated by the two transistors; γ_{t1p}, γ_{t2p}, are the heat transfer coefficients from the transistors to the plate; γ_{t1a}, γ_{t2a}, and γ_{pa}, are the heat transfer coefficients from the transistors and the plate to the air.

The thermal powers, P_{t1}, P_{t2}, are related to the transistors' normalized commands, $Q_1, Q_2 \in [0, 100]$, by the following relations

$$P_{t1} = P_{max_{t1}}\left(k_{1_{t1}}\left(\frac{Q_1}{100}\right) + k_{2_{t1}}\left(\frac{Q_1}{100}\right)^2\right) \qquad P_{t2} = P_{max_{t2}}\left(k_{1_{t2}}\left(\frac{Q_2}{100}\right) + k_{2_{t2}}\left(\frac{Q_2}{100}\right)^2\right)$$

where $k_{1_{t1}}$, $k_{2_{t1}}$, $k_{1_{t2}}$ and $k_{2_{t2}}$ are suitable constants, and $P_{max_{t1}}$, $P_{max_{t2}}$, are the maximum thermal powers generated by each transistor.
Finally, the heat transfer coefficients from the transistors to the air, γ_{t1a} and γ_{t2a}, and from the plate to the air, γ_{pa}, depend on the fan normalized command Q_f, varying from a minimum (Γ_{t1a_0}, Γ_{t2a_0}, Γ_{pa_0}) to a maximum ($\Gamma_{t1a_{100}}$, $\Gamma_{t2a_{100}}$, $\Gamma_{pa_{100}}$) as the fan command goes from 0 to 100, as described by the following relations

$$\gamma_{t1a} = \Gamma_{t1a_0} + (\Gamma_{t1a_{100}} - \Gamma_{t1a_0})\frac{Q_f}{100} \qquad \gamma_{t2a} = \Gamma_{t2a_0} + (\Gamma_{t2a_{100}} - \Gamma_{t2a_0})\frac{Q_f}{100} \qquad \gamma_{pa} = \Gamma_{pa_0} + (\Gamma_{pa_{100}} - \Gamma_{pa_0})\frac{Q_f}{100}$$

Temperature measurements are affected by a zero mean Gaussian noise with amplitude $0.02\,°C$.

Consider the following points:

1. Assuming $Q_f = 0$, and neglecting the nonlinearity in the thermal powers, P_{t1}, P_{t2}, derive the state-space linearized model and the transfer matrix, describing the thermal process.
2. Assuming again $Q_f = 0$ and $T_a = 20\,°C$ and using the nonlinear simulator, identify a first order model describing the $Q_1 \to T_p$ relation (suggestion: consider a step response with $Q_1 = 50$ and $Q_2 = 0$). Verify the quality of the identified model considering different values of the input (i.e., $Q_1 = 10, 30, 70, \ldots$), analysing and interpreting the results.
3. Compare the linear model identified in Step 2 with the linearized model computed in Step 1. Is the linear model identified in Step 2 accurate enough to design a linear controller?
4. Using the linear model identified in Step 2, design
   - a PI controller by cancellation, considering a limitation on the controller high frequency gain equal to $20 - 30\,dB$,
   - a PI controller by cancellation, considering a limitation on the controller high frequency gain equal to $40 - 50\,dB$,
   - a PID controller, not tuned by cancellation, considering a reasonable crossover frequency (with respect to the open-loop response time),

   to regulate the plate temperature acting on transistor Q_1.

5. Verify the performance of the regulators designed in Step 4 considering

   (a) a reference plate temperature of $28\,°C$, with $Q_f = 0$, $Q_2 = 0$ and $T_a = 20\,°C$,

   (b) a reference plate temperature of $28\,°C$, with $Q_f = 50\,\text{step}(t-500)$, $Q_2 = 40\,\text{step}(t-1000)$ and $T_a = 20\,°C$.

   Analyse the results in terms of response time, disturbance rejection, control effort mitigation, etc.

6. Compute a digital realization of the controllers designed in Step 4, and simulate the digital control system assuming that the analogue to digital converter is characterised by 8 bit over a range of $0-50\,°C$, and the digital to analogue converter is characterised by 12 bit over a range $0-100$. Perform the same simulations as in Step 5. If the suggested A/D and D/A converters cause an excessive performance degradation select a different number of bits.

7. Using Q_1 as control variable and assuming that only the plate temperature is measurable, design a pole placement controller in such a way that the closed-loop system response time is comparable to the response time obtained with the PID tuned in Step 4, and that zero-steady state tracking error of the plate temperature is ensured. Compare the performance achieved by the PID and the pole placement controller using the same simulation introduced in Step 5.

Rules

1. Each student carries out the project individually, solving as many points as possible (but not necessarily all the points).

2. System parameters depend on student's data and can be found in the attached table.

3. When the project is over, each student sends by email a short pdf report describing the project (including student's data), all the Simulink models and the .m files required to initialize the models (Simulink models and Matlab files should be compatible with Matlab/Simulink R2015b), to luca.bascetta@polimi.it.

4. Project report and all Matlab/Simulink files should be sent at least three working days before the date of the exam at which the student is enrolled.

5. Please do not enrol for the exam if you have not sent the project in due time.

Identification number	Cp	Ct1	Ct2	Pmax t1	Pmax t2	g_t1p	g_t2p	G_pa0	G_pa100	G_t1a0	G_t1a100	G_t2a0	G_t2a100	k1_t1	k2_t1	k1_t2	k2_t2
877615	0,718	1,346	0,898	0,628	0,718	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852765	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852679	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864448	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852347	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852681	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854452	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852289	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
859100	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854868	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
863447	0,719	1,349	0,899	0,629	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858489	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858286	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
861093	0,720	1,349	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864253	0,719	1,349	0,899	0,629	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853690	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
862873	0,719	1,349	0,899	0,630	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
835749	0,722	1,354	0,902	0,632	0,722	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852311	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858302	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853739	0,720	1,351	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852699	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
874308	0,882	1,653	1,102	0,771	0,882	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854042	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864184	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
841389	0,721	1,353	0,902	0,631	0,721	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852888	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
859235	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
862813	0,719	1,349	0,899	0,630	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864483	0,719	1,349	0,899	0,629	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858332	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854245	0,720	1,351	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
859390	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854532	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853816	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
873643	0,718	1,347	0,898	0,629	0,718	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864690	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854110	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852608	0,880	1,649	1,099	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853923	0,720	1,351	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854808	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852485	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
863556	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150

862724	0,881	1,651	1,101	0,770	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852625	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858753	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
863499	0,719	1,349	0,899	0,629	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858322	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
874591	0,718	1,347	0,898	0,629	0,718	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858385	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
837046	0,878	1,646	1,098	0,768	0,878	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
859151	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
837006	0,878	1,646	1,098	0,768	0,878	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864377	0,719	1,349	0,899	0,629	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
875911	0,718	1,347	0,898	0,628	0,718	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
863179	0,719	1,349	0,899	0,630	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858870	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
841306	0,879	1,647	1,098	0,769	0,879	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
876053	0,718	1,347	0,898	0,628	0,718	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853202	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852706	0,880	1,649	1,099	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852757	0,720	1,351	0,901	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
859367	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852992	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854367	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
859035	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858504	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
863526	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
873237	0,718	1,347	0,898	0,629	0,718	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
879001	0,718	1,346	0,897	0,628	0,718	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858454	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853892	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854831	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
850967	0,721	1,351	0,901	0,631	0,721	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858469	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
854063	0,720	1,351	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852298	0,880	1,649	1,099	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853451	0,720	1,351	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864684	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852568	0,880	1,649	1,099	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852502	0,880	1,649	1,099	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853906	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
835221	0,722	1,354	0,903	0,632	0,722	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853052	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852594	0,880	1,649	1,099	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858038	0,880	1,650	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
849478	0,879	1,649	1,099	0,769	0,879	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
835641	0,722	1,354	0,903	0,632	0,722	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150

858287	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
842310	0,879	1,647	1,098	0,769	0,879	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
863348	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864796	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853303	0,720	1,351	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
873062	0,881	1,653	1,102	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
852282	0,880	1,649	1,099	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864004	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864396	0,881	1,651	1,101	0,771	0,881	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
864357	0,719	1,349	0,899	0,629	0,719	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
853180	0,880	1,649	1,100	0,770	0,880	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
858283	0,720	1,350	0,900	0,630	0,720	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
876082	0,882	1,653	1,102	0,772	0,882	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
851545	0,721	1,351	0,901	0,630	0,721	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
850916	0,879	1,649	1,099	0,769	0,879	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150
851470	0,879	1,649	1,099	0,770	0,879	0,100	0,060	0,014	0,025	0,011	0,025	0,008	0,021	1,000	0,100	1,150	0,150