

# Fondamenti di Automatica

PROF. ROCCO

19 GENNAIO 2022

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

FIRMA: \_\_\_\_\_

## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Tutte le pagine utilizzate vanno firmate.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



### ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico lineare invariante e a tempo continuo in forma di stato:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u\end{aligned}$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 10 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [-1 \quad -1] \quad \mathbf{D} = 1$$

1. Si valuti per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema è asintoticamente stabile.

2. Si calcoli il movimento libero dello stato quando le condizioni iniziali sono  $x(0) = [0 \ 1]^\top$  e  $\alpha = -1$ .

3. Si determini l'espressione della funzione di trasferimento per il sistema del presente esercizio quando  $\alpha = -1$ .

4. Si calcoli analiticamente la risposta del sistema allo scalino unitario.

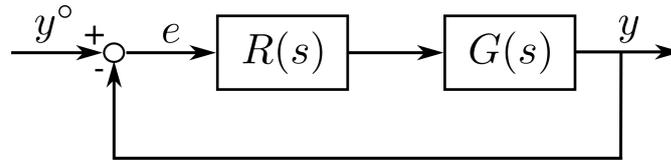


3. Assumendo  $\rho = 1$ , si tracci il diagramma di Nyquist di  $L(s)$ .

4. Utilizzando il criterio di Nyquist di determini l'intervallo dei valori di  $\rho > 0$  per cui il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

### ESERCIZIO 3

Si consideri il seguente schema di controllo



dove

$$G(s) = 100 \frac{e^{-s}}{(1+s)(s+10)}$$

1. Si determini la funzione di trasferimento di un regolatore  $R(s)$  di tipo PID in modo tale che:

- l'errore a transitorio esaurito,  $e_\infty$ , sia nullo con riferimento  $y^\circ(t)$  a scalino di ampiezza arbitraria;
- il margine di fase  $\varphi_m$  sia maggiore o uguale di  $70^\circ$ ;
- la pulsazione critica  $\omega_c$  sia la massima possibile.

2. Assumendo il ritardo nullo, si scrivano le definizioni delle funzioni di sensitività e di sensitività complementare, e, con riferimento al regolatore progettato al punto 1, se ne tracci (utilizzando le usuali approssimazioni) il diagramma di Bode del modulo.

**ESERCIZIO 4**

Si consideri un sistema a tempo discreto di funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{z - 1}{z(z + 0.5)(z - 0.5)}$$

1. Si determinino tipo, poli e zeri di  $G(z)$  e il guadagno statico del sistema.

2. Si discuta la stabilità del sistema.

3. Si determinino i primi 5 campioni della risposta di  $G(z)$  ad uno scalino unitario.

4. Si determini, se possibile e facendo uso dell'apposito teorema, il valore finale della risposta di  $G(z)$  allo scalino unitario. Si spieghi, motivando la risposta, se il risultato ottenuto è coerente con le caratteristiche della funzione di trasferimento determinate al punto 1.