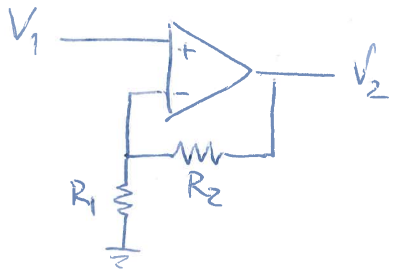
Condizionamento di segnali analogici

Un sensore di posizione ha un'uscita analogica in scala 0-5V. Il rage di misura è 0-180°.
Si vuole acquisire tale segnale con un convertitore A/D che lavora sulla scala 0-24V garantendo una risoluzione in posizione di 1°.
Progettare il circuito di condizionamento.

Per portare l'uscita del sensore nella medesima scala del convertitore A/D è necessario amplificarlo di un fattore $\alpha = \frac{24}{5}$ utilizzando, per esempio un amplificatore operazionale



con

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{24}{5}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{19}{5}$$

Una risoluzione di 1° corrisponde ad una risoluzione in tensione, all'ingresso dell'A/D, pari a

$$1^\circ \cdot \frac{\cancel{5}}{180} V/° \cdot \frac{24}{\cancel{5}} = \frac{2}{15} V$$

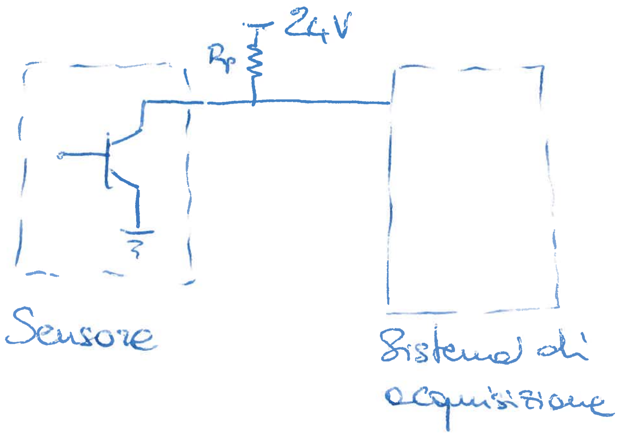
Il quantizzatore dovrà quindi garantire che

$$\frac{24V}{2^n} \leq \frac{2}{15} V \Rightarrow 2^n \geq 180$$

$$n \geq 8 \text{ bit}$$

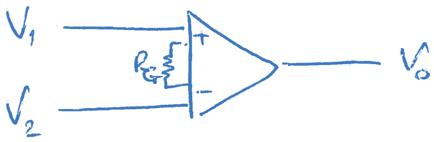
Come è possibile evitare questi problemi di messa in scala?

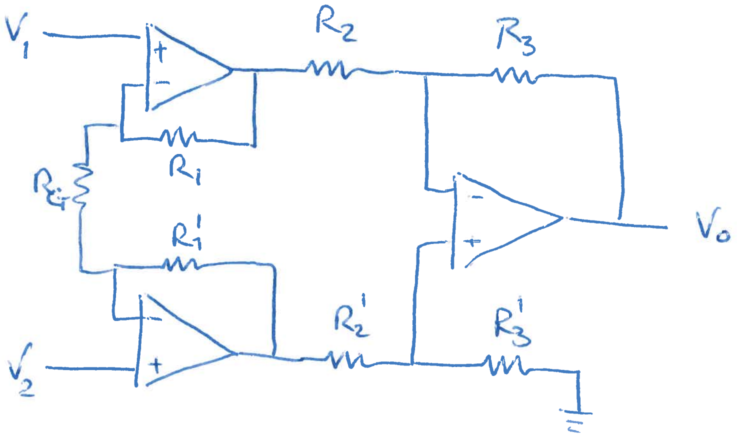
Utilizzando particolari uscite come la seguente



L'amplificatore da strumentazione

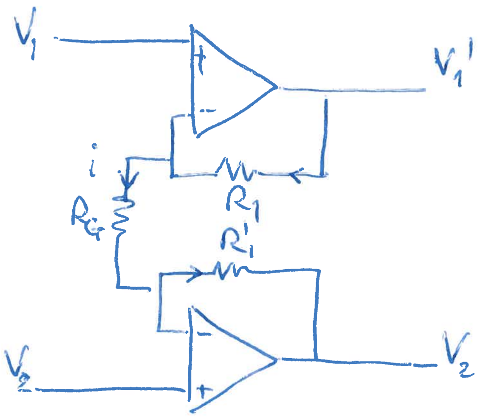
Studiamo una possibile realizzazione di un IA con amplificatori operazionali.





Il circuito può essere suddiviso in due stadi che si possono studiare separatamente.

Primo stadio (ingresso)



$$i = \frac{V_1 - V_2}{R_G}$$

$$V_1' = V_1 + R_1 i =$$

$$= V_1 + \frac{R_1}{R_G} V_1 - \frac{R_1}{R_G} V_2$$

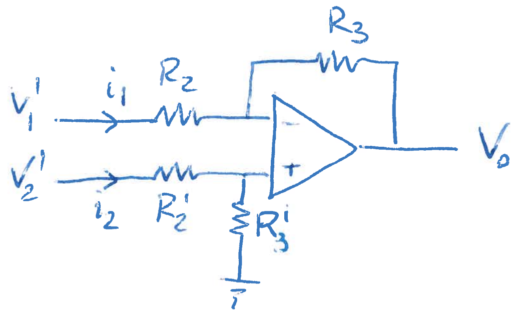
$$= \frac{R_1 + R_G}{R_G} V_1 - \frac{R_1}{R_G} V_2$$

$$V_2' = V_2 - R_1' i =$$

$$= V_2 - \frac{R_1'}{R_G} V_1 + \frac{R_1'}{R_G} V_2$$

$$= \frac{R_G + R_1'}{R_G} V_2 - \frac{R_1'}{R_G} V_1$$

Secondo stadio (uscita)



$$i_1 = \frac{V_1' - V_0}{R_2 + R_3}$$

$$i_2 = \frac{V_2'}{R_2' + R_3'}$$

$$V_0 = -R_3 i_1 + R_3' i_2 =$$

$$= -\frac{R_3}{R_2+R_3}\left(V_1' - V_0\right) + \frac{R_3'}{R_2'+R_3'} V_2'$$

$$\frac{R_2}{R_2+R_3} V_0 = \frac{R_3'}{R_2'+R_3'} V_2' - \frac{R_3}{R_2+R_3} V_1'$$

$$V_0 = \frac{R_2+R_3}{R_2'+R_3'} \frac{R_3'}{R_2} V_2' - \frac{R_3}{R_2} V_1'$$

Se assumiamo $R_2' = R_2$ e $R_3' = R_3$

$$V_0 = \frac{R_3}{R_2}\left(V_2' - V_1'\right)$$

il secondo stadio è un amplificatore differenziale di guadagno R_3/R_2

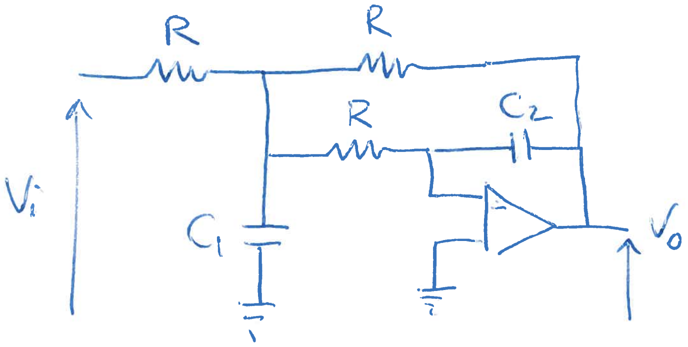
Assumendo anche $R_1 = R_1'$ e combinando i due stadi si ottiene

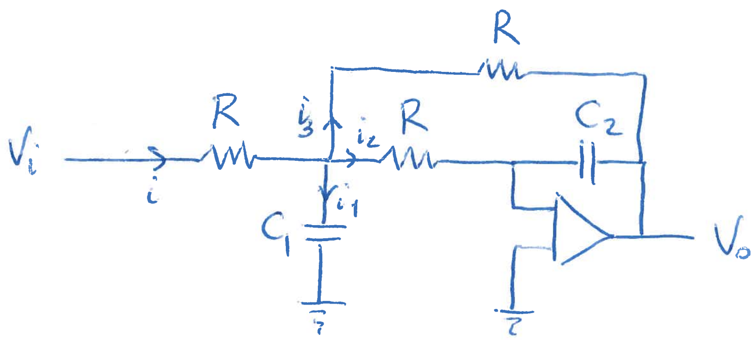
$$V_0 = \frac{R_3}{R_2}\left[\frac{R_1+R_G}{R_G} V_2 - \frac{R_1}{R_G} V_1 - \frac{R_1+R_G}{R_G} V_1 + \frac{R_1}{R_G} V_2\right]$$

$$= \frac{R_3}{R_2}\left(\frac{R_1+R_G}{R_G} + \frac{R_1}{R_G}\right)\left(V_2 - V_1\right) = \frac{R_3}{R_2}\left(1 + \frac{2R_1}{R_G}\right)\left(V_2 - V_1\right)$$

Filtri attivi (filtro del II ordine)

Determinare la funzione di trasferimento del seguente circuito





$$\begin{cases} R i_3 = R i_2 + v_{c_2} = R i_2 - v_o \\ i_2 = C_2 \dfrac{dv_{c_2}}{dt} = -C_2 \dfrac{dv_o}{dt} \end{cases} \Rightarrow i_3 = -C_2 \frac{dv_o}{dt} - \frac{1}{R} v_o$$

$$\begin{cases} V_i = R i + v_{c_1} = R i + R i_2 \\ i_1 = C_1 \dfrac{dv_{c_1}}{dt} = C_1 \dfrac{d}{dt}(R i_2) = -R C_1 C_2 \dfrac{d^2 v_o}{dt^2} \end{cases}$$

$$V_i = R i_1 + R i_2 + R i_3 + R i_2 =$$

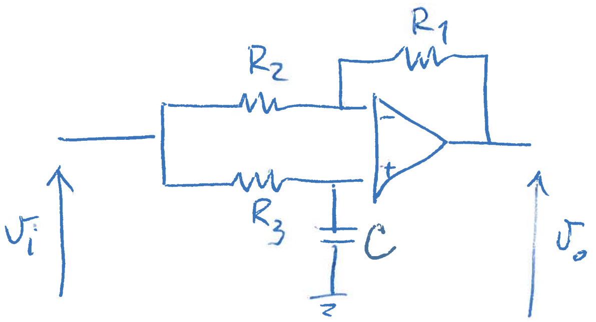
$$= -R^2 C_1 C_2 \frac{d^2 v_o}{dt} - 2RC_2 \frac{dv_o}{dt} - RC_2 \frac{dv_o}{dt} + v_o$$

$$F(s) = -\frac{1}{1 + 3RC_2 s + R^2 C_1 C_2 s^2} = -\frac{\omega_f^2}{s^2 + 2\xi\omega_f s + \omega_f^2} \qquad \omega_f = \frac{1}{RC}$$

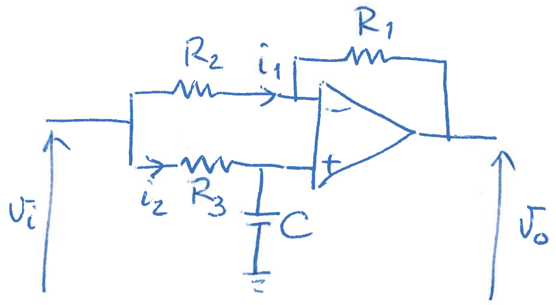
con $C_1 = \frac{3}{2\xi} C$, $C_2 = \frac{2\xi}{3} C$

Filtri attivi (fase non minima)

Si consideri il seguente circuito



Determinare la funzione di trasferimento del circuito.
Tracciare il diagramma di Bode di tale funzione di trasferimento nel caso $R_1 = R_2$.



$$\begin{cases} i_2 = C \dfrac{dv_c}{dt} \\ i_2 = \dfrac{v_i - v_c}{R_3} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow \quad v_i = v_c + R_3 C \frac{dv_c}{dt}$$

$$i_1 = \frac{v_i - v_o}{R_1 + R_2}$$

$$v_o = v_c - \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_i - v_o)$$

$$\frac{R_2}{R_1+R_2} v_o = v_c - \frac{R_1}{R_1+R_2} v_i \Rightarrow V_o = \frac{R_1+R_2}{R_2} V_c - \frac{R_1}{R_2} V_i$$

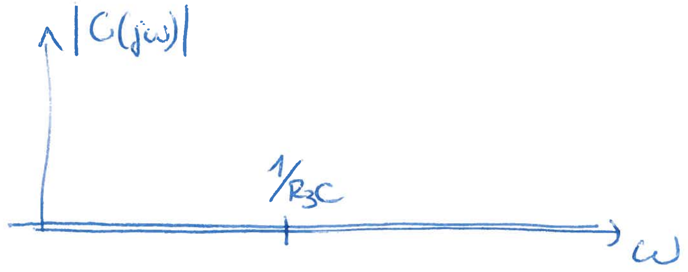
$$= \left(\frac{R_1+R_2}{R_2} \frac{1}{1+sR_3C} - \frac{R_1}{R_2} \right) V_i$$

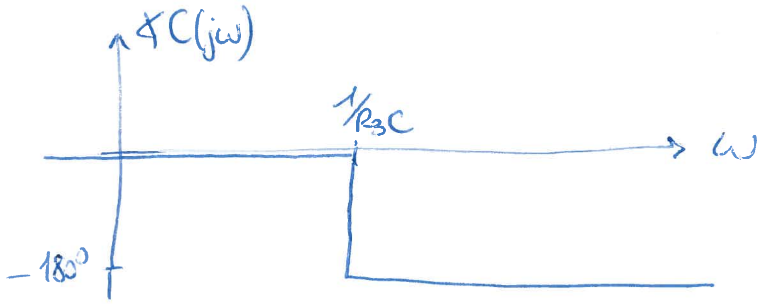
$$\Rightarrow C(s) = \frac{1}{R_2} \frac{R_1 + R_2 - R_1 - sR_1R_3C}{1+sR_3C} = \frac{1 - s\frac{R_1R_3}{R_2}C}{1+sR_3C}$$

Se $R_1 = R_2$ la funzione di trasferimento diventa

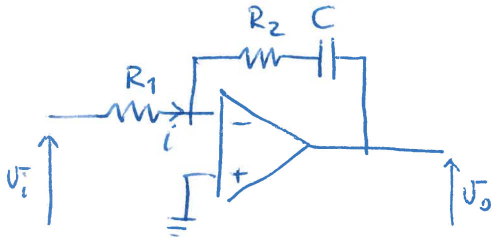
$$C(s) = \frac{1 - sR_3C}{1 + sR_3C}$$

Si tratta di un filtro passa-tutto





Filtri attivi (PID)



Ricavare la funzione di trasferimento del circuito

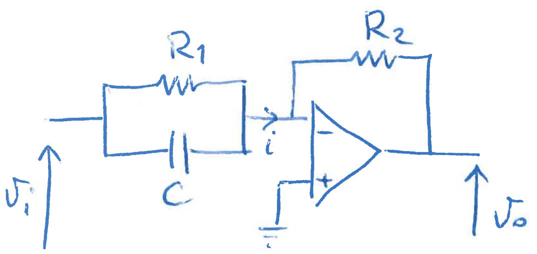
$$\begin{cases} i = \dfrac{v_i}{R_1} \\ v_o = -R_2 i - v_c \\ i = C \dfrac{dv_c}{dt} \end{cases} \Rightarrow \quad V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_i - V_c$$

$$V_c = \frac{1}{sR_1C} V_i$$

$$V_o = \left(-\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{sR_1C}\right) V_i = -\frac{1+sR_2C}{sR_1C} V_i$$

$$\Rightarrow \quad C(s) = -\frac{1+sR_2C}{sR_1C}$$

Si tratta della funzione di trasferimento di un regolatore PI (o di un integratore se $R_2 = 0$)



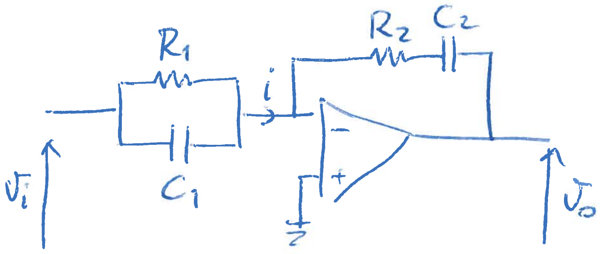
Ricavare la funzione di trasferimento del circuito.

$$i = C\frac{dv_i}{dt} + \frac{v_i}{R_1}$$

$$v_o = -R_2 i = -\left(\frac{R_2}{R_1} v_i + R_2 C \frac{dv_i}{dt}\right)$$

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1}\left(1 + sR_1C\right) V_i \quad \Rightarrow \quad \boxed{C(s) = -\frac{R_2}{R_1}\left(1+sR_1C\right)}$$

Si tratta della funzione di trasferimento di un regolatore PD (o di un derivatore se $R_1 \to +\infty$)



Ricavare la funzione di trasferimento del circuito.

$$\begin{cases} i = C_1 \dfrac{dv_i}{dt} + \dfrac{v_i}{R_1} \\ v_o = -R_2 i - v_{c_2} \\ i = C_2 \dfrac{dv_{c_2}}{dt} \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{R_1}\left(1 + sR_1C_1\right) V_i$$

$$V_{c_2} = \frac{1}{sC_2} I$$

$$V_o = -\left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) I =$$

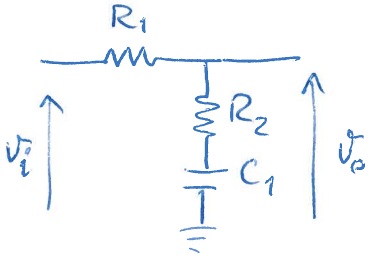
$$= -\frac{1+sR_2C_2}{sC_2R_1}\left(1+sR_1C_1\right) V_i$$

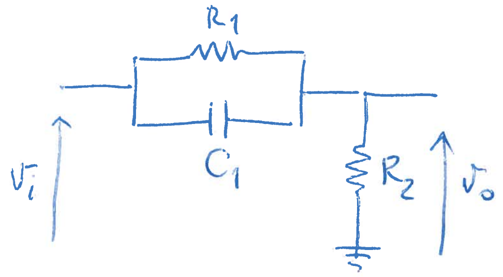
$$\Rightarrow \boxed{C(s) = -\frac{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)}{sR_1C_2}}$$

Si tratta della funzione di trasferimento di un PID

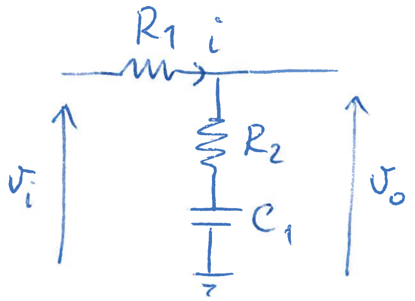
Filtri passivi (lag e lead)

Si considerino i seguenti circuiti:





Determinare le funzioni di trasferimento $F(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$ e tracciarne il diagramma di Bode del modulo e della fase.



$$C_1 \frac{dv_c}{dt} = i = \frac{v_i - v_o}{R_1}$$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}\left(v_i - v_o\right) + v_c$$

Trasformando secondo Laplace si ottiene:

$$V_c = \frac{V_i - V_o}{sR_1C_1}$$

$$V_o = \frac{R_2}{R_1}\left(V_i - V_o\right) + \frac{1}{sR_1C_1}\left(V_i - V_o\right)$$

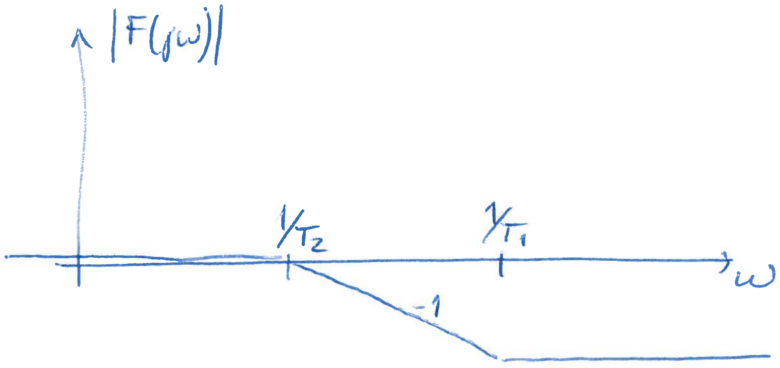
ovvero

$$\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} + \frac{1}{sR_1C_1}\right) V_o = \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{sR_1C_1}\right) V_i$$

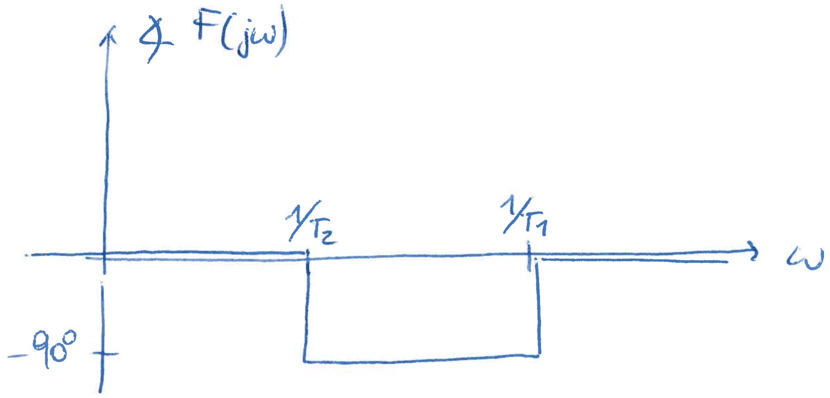
$$\frac{1 + s(R_1+R_2)C_1}{\cancel{sR_1C_1}} V_o = \frac{1 + sR_2C_1}{\cancel{sR_1C_1}} V_i \qquad F(s) = \frac{1 + sR_2C_1}{1 + s(R_1+R_2)C_1}$$

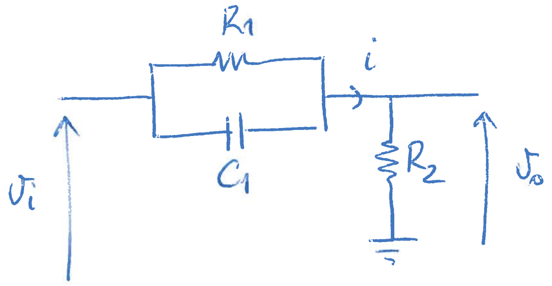
Analizziamo la funzione di trasferimento ottenuta

$$F(s) = \frac{1+sT_1}{1+sT_2} \qquad \begin{aligned} T_1 &= R_2 C_1 \\ T_2 &= (R_1+R_2)\, C_1 \end{aligned} \implies T_1 < T_2$$



Filtro lag





$$v_o = R_2\, i$$

$$i = \frac{v_i - v_o}{R_1} + C_1 \frac{d}{dt}(v_i - v_o)$$

Trasformando secondo Laplace si ottiene:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1}(V_i - V_o) + R_2 C_1 s (V_i - V_o)$$

$$\left(\frac{R_1+R_2}{R_1} + s R_2 C_1\right) V_o = \left(\frac{R_2}{R_1} + s R_2 C_1\right) V_i$$

$$\frac{R_1+R_2}{\cancel{R_1}}\left(1+s\,\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1\right)V_o=\frac{R_2}{\cancel{R_1}}\left(1+sR_1C_1\right)V_i$$

$$F(s)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\;\frac{1+sR_1C_1}{1+s\,\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1}$$

Analizziamo la funzione di trasferimento ottenuta:

$$F(s)=\mu\,\frac{1+sT_1}{1+sT_2}\qquad \mu=\frac{R_2}{R_1+R_2}<1$$

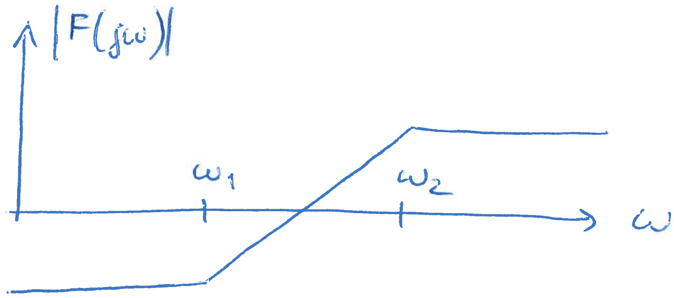
$$T_1=R_1C_1$$

$$T_2=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1$$

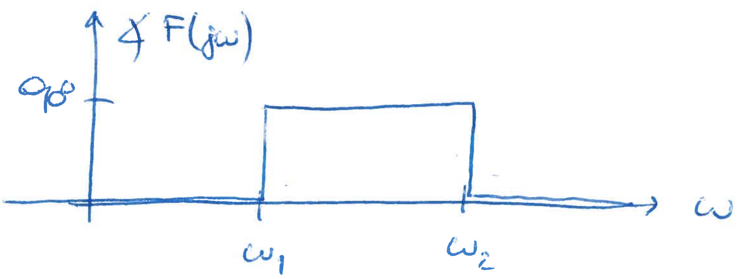
Dalle pulsazioni delle due singolarità si ricava

$$\omega_1=\frac{1}{R_1C_1}$$

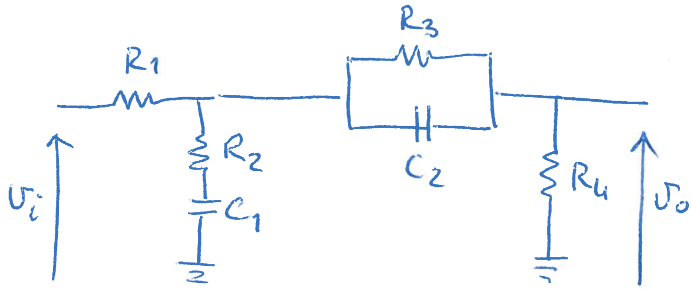
$$\omega_2=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}\cdot\frac{1}{C_1}=\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_1}\qquad\Rightarrow\qquad \omega_2>\omega_1$$



Filtro lead

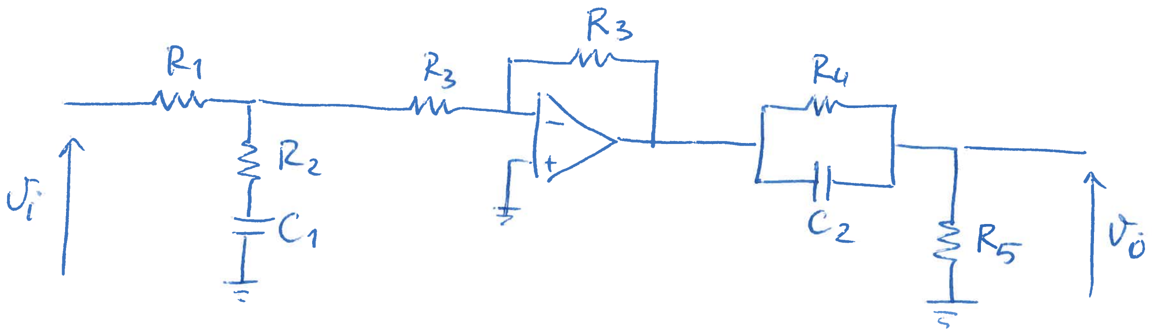


Supponiamo ora di voler costruire un filtro lag-lead o lead-lag (rete a sella), possiamo unire i due precedenti?



No, perchè ora il secondo filtro assorbe corrente dal primo, quindi la funzione di trasferimento cambia (è utile provare a calcolarla anche se un po' noioso).

Questo problema si può risolvere con un buffer



Adesso il secondo filtro assorbe corrente dal buffer (che funge da disaccoppiatore) invece che dal primo.