

# Fondamenti di automatica

(Prof. Bascetta)

Anno accademico 2014/2015

Appello del 28 Settembre 2015

<p>Cognome:.....</p> <p>Nome: .....</p> <p>Matricola:.....</p> <p style="text-align: right;">Firma:.....</p>
--

## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Tutte le pagine utilizzate vanno firmate.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare l'ultima pagina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Firma:.....

---

**Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente**

**Esercizio 1**

Si consideri un generico sistema dinamico lineare tempo invariante:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t)$$

**1.1** Si scrivano le formule del movimento dello stato e dell'uscita (a partire dall'istante  $t = 0$ ).

**1.2** Con riferimento ora al seguente sistema dinamico:

$$\dot{x}(t) = -x(t) + 2u(t)$$

$$y(t) = 3x(t)$$

Si scriva l'espressione del moto libero dell'uscita quando  $x(0)=2$ .

**1.3** Sempre con riferimento al sistema dinamico del punto precedente, si ricavi l'espressione del movimento dell'uscita<sup>1</sup> quando  $u(t) = \sin(t)$  e  $x(0)=0$ .

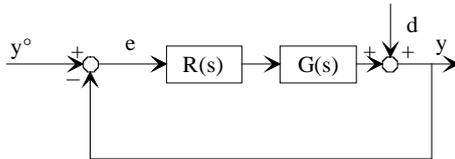
---

<sup>1</sup> Si ricorda che  $\int e^{\tau} \sin(\tau) d\tau = \frac{e^{\tau}(\sin(\tau) - \cos(\tau))}{2}$

- 1.4 Si ricavi il valore della risposta in frequenza del sistema dato per  $\omega = 1$ : che relazione c'è tra questo valore e l'espressione ricavata al punto precedente?

### Esercizio 2

Si consideri il sistema di controllo di figura:



dove  $G(s) = \frac{1}{(1 + 0.1s)(1 + s)^2}$ .

- 2.1 Si determini la funzione di trasferimento  $R(s)$  del regolatore in modo tale che:

- In presenza di un segnale di riferimento  $y^o(t) = A \sin(\omega t)$ , con  $|A| \leq 3$ , ed in assenza del disturbo  $d$ , l'errore  $e$  a transitorio esaurito soddisfi la limitazione:

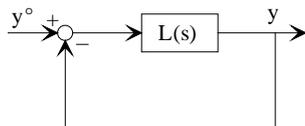
$$|e_\infty| \leq 0.05$$

- Un disturbo  $d(t)$  avente componenti armoniche significative solo per  $\omega \leq 0.3$  rad/s sia attenuato sull'uscita  $y$  di un fattore almeno pari a 10.
- Il margine di fase  $\varphi_m$  sia maggiore o uguale di  $50^\circ$ .
- La pulsazione critica  $\omega_c$  sia maggiore o uguale di  $1$  rad/s.
- L'ordine (numero di poli) del regolatore sia minimo.

**2.2** Con il regolatore così progettato, si tracci l'andamento qualitativo del diagramma polare associato a  $L$ , avendo cura di indicare sul diagramma il punto corrispondente a  $\omega_c$ .

**Esercizio 3**

Si consideri il sistema di controllo di figura:



in cui:

$$L(s) = \frac{\mu}{(s+2)^3}, \mu > 0.$$

**3.1** Si determini, *con il criterio di Nyquist*, il massimo valore di  $\mu$  per cui il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

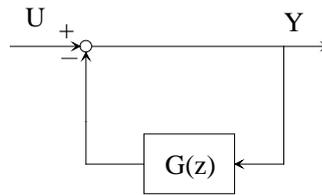
**3.2** Si verifichi il risultato precedente con il metodo del luogo delle radici.

**3.3** Si verifichi il risultato precedente con lo studio del polinomio caratteristico in anello chiuso.

**Esercizio 4**

**4.1** Con riferimento ad un generico sistema dinamico lineare tempo invariante a tempo discreto, si enuncino le condizioni di asintotica stabilità, stabilità semplice ed instabilità del sistema

4.2 Si consideri ora il seguente sistema in retroazione:



in cui  $G(z) = \frac{z-3}{z^3}$ .

Si ricavi la funzione di trasferimento  $F(z)$  da  $u$  a  $y$ .

4.3 Si discuta la stabilità del sistema di funzione di trasferimento  $F(z)$ .

4.4 Si determinino il valore iniziale e, se possibile, il valore finale della risposta di  $y$  a uno scalino unitario in  $u$ .